

・ルートの中にルートの値が書かれている式を「2重根号」の式ということがあります。これを簡単な形に書き換える計算について考えましょう。

・まず、

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ の両辺を2乗して、展開の計算をします。 a, b は正の数です。

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

となります。 a, b の一方（両方）が負のときはこのようにできません。

この式の第1辺と第3辺の両方にルートをつけると、第1辺は正の数の2乗のルートなので2乗とルートが打ち消しあいます（負の数の2乗のルートだとこのようになりません）。両辺は以下のようになります。

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$$

この式が公式です。この式を右边から左辺に書き換えることが目的です。すなわち、ある2数の和と積から、もとの2数を求める計算になります。

・例 $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ の2重根号をはずせ。

まずこの例の式を上記の公式の右边と重ねて見て下さい。すると和が5、積が6となります。このようになる2数の組は3, 2なので答えは $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ となります。この結果を2乗すると検算をすることができます。

なにか昔に習った因数分解 ($x^2 + 5x + 6$ の因数分解) に似ていると感じた人も居ると思います。それはもっともな話です。なぜかという、この公式を求める際に $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ の計算として展開の計算を行っていて、それを逆に見ているわけなので、それは因数分解と類似の事と考えられるからです。

・応用

ルートの中のルートの係数が-2のとき … $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ (但し $a > b$) 公式を作る際に $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ の2乗からはじめます。

ルートの中のルートの係数が2で無いとき … 何とかして2にする。

練習 2重根号をはずしましょう

$$\sqrt{14 - 4\sqrt{6}} =$$